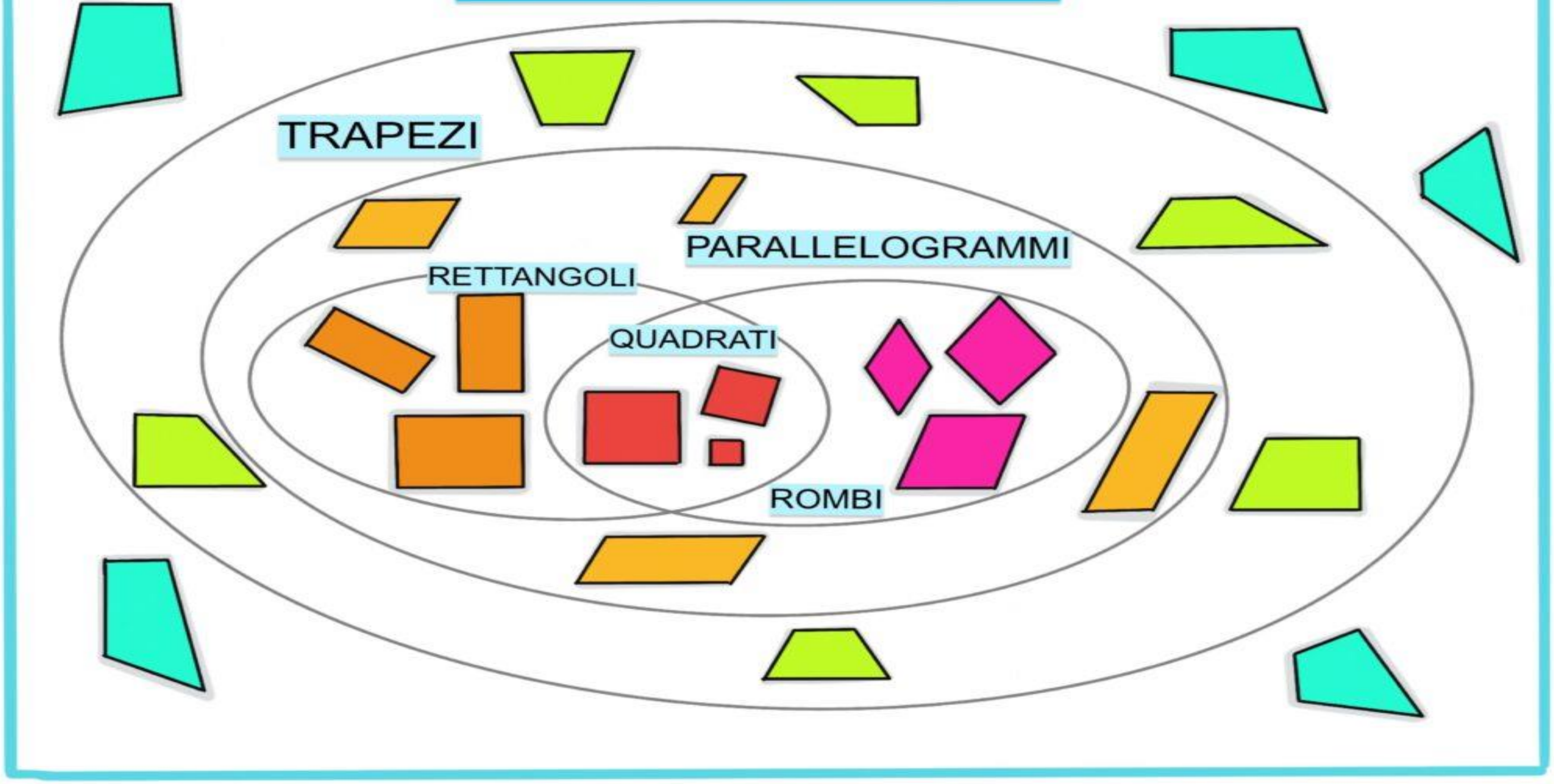
QUADRILATERI



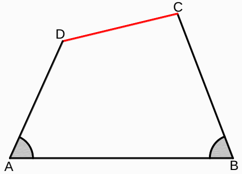
COME RISOLVERE UN QUADRILATERO.

Servono almeno **5 elementi di cui almeno 2 lati**.

Si possono verificare i seguenti casi:

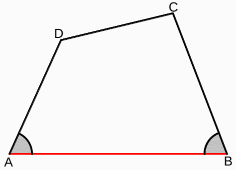
Caso 1

3 lati + 2 angoli compresi



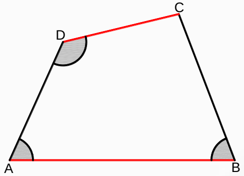
Caso 2

3 lati + 2 angoli non compresi



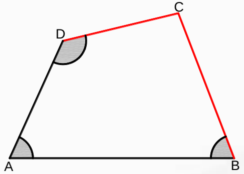
Caso 3

3 angoli + 2 lati opposti



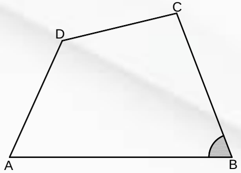
Caso 4

3 angoli + 2 lati consecutivi



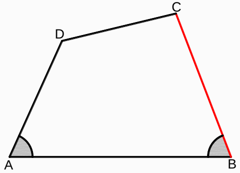
Caso 5

4 lati + 1 angolo



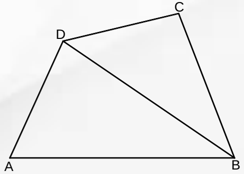
Caso 6

3 lati + 2 angoli di cui 1 compreso



Caso 7

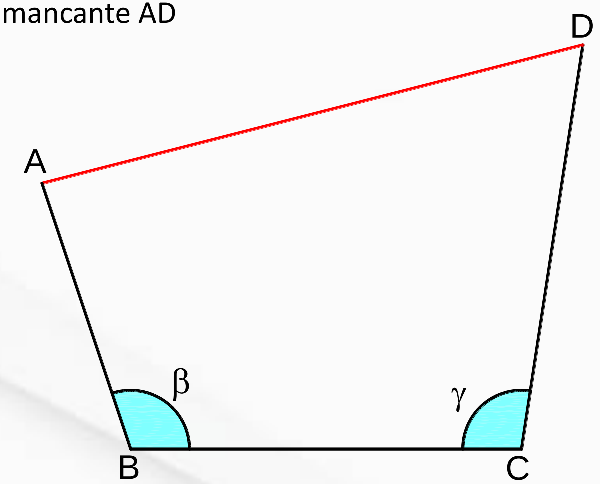
4 lati + 1 diagonale



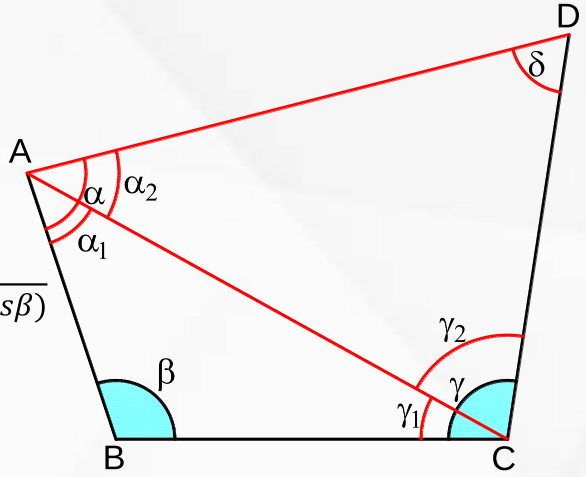
CASO 1) **3 LATI + 2 ANGOLI COMPRESI**

Dati: AB, BC, CD, β, γ
Inc.: AD, α, δ, Area

Disegno: si mette per base il lato di cui si conoscono gli angoli adiacenti (nel nostro caso BC)
Si tracciano gli angoli dati e si disegnano in scala i lati relativi (AB e CD). Infine si traccia il lato mancante AD



Svolgimento
Per risolvere il quadrilatero si traccia a piacere una delle due diagonali (AC o BD); si risolve il triangolo di cui si conoscono due lati e un angolo compreso



Triangolo ABC

$$AC = \sqrt{(AB^2 + BC^2 - 2 \cdot AB \cdot BC \cdot cos\beta)}$$

$$\alpha_1 = cos^{-1}\left[\frac{(AB^2 + AC^2 - BC^2)}{(2 \cdot AB \cdot AC)}\right]$$

$$\gamma_1 = 200^c - (\alpha_1 + \beta)$$

Triangolo ACD

$$\gamma_2 = \gamma - \gamma_1$$

$$AD = \sqrt{(AC^2 + CD^2 - 2 \cdot AC \cdot CD \cdot cos\gamma_2)}$$

$$\delta = cos^{-1}\left[\frac{(AD^2 + DC^2 - AC^2)}{(2 \cdot AD \cdot DC)}\right]$$

$$\alpha_2 = 200^c - (\gamma_2 + \delta)$$

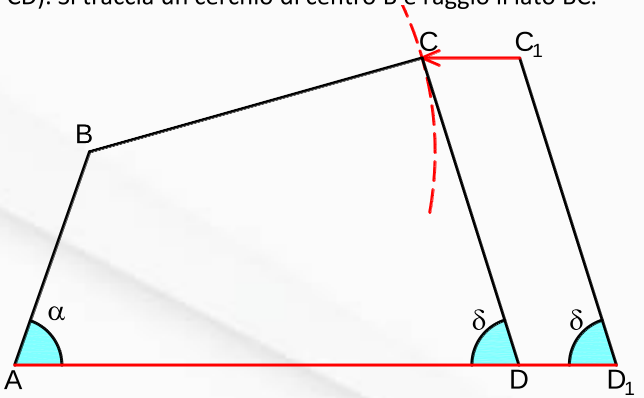
$$\alpha = \alpha_1 + \alpha_2$$

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot BC \cdot sen\beta + \frac{1}{2} \cdot CD \cdot AD \cdot sen\delta$$

CASO 2) **3 LATI + 2 ANGOLI NON COMPRESI**

Dati: AB, BC, CD, α, δ
Inc.: AD, β, γ, Area

Disegno: si mette per base il lato che non conosciamo (nel nostro caso AD) ma avrà un estremo incognito (D_1). Si tracciano gli angoli dati (α, δ) e si disegnano in scala i lati relativi (AB e CD). Si traccia un cerchio di centro B e raggio il lato BC.



Dal punto C_1 si traccia una retta orizzontale fino ad incontrare l'arco di cerchio, ottenendo il punto C. Si collega con B. Si sposta il lato C_1D_1 parallelamente a se stesso in modo che C_1 coincide con C

Svolgimento
Per risolvere il quadrilatero si tracciano le altezze dai punti B e C e si risolvono i triangoli rettangoli ABH e CDK

Triangolo ABH

$$sen\ \alpha = \frac{BH}{AB} \quad \rightarrow \quad BH = AB \cdot sen\ \alpha$$

$$cos\ \alpha = \frac{AH}{AB} \quad \rightarrow \quad AH = AB \cdot cos\ \alpha$$

$$\beta_1 = 200^c - (100^c + \alpha)$$

Triangolo CDK

$$sen\ \delta = \frac{CK}{CD} \quad \rightarrow \quad CK = CD \cdot sen\ \delta$$

$$cos\ \delta = \frac{DK}{CD} \quad \rightarrow \quad DK = CD \cdot cos\ \delta$$

$$\gamma_1 = 200^c - (100^c + \delta)$$

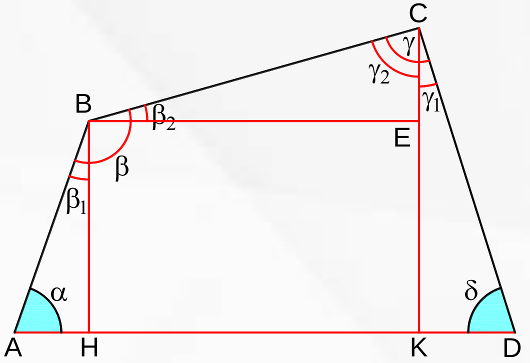
Triangolo BCE

$$CE = CK - BH$$

$$sen\ \beta_2 = \frac{CE}{BC} \quad \rightarrow \quad \beta_2 = sen^{-1}\left(\frac{CE}{BC}\right)$$

$$\gamma_2 = 200^c - (100^c + \beta_2)$$

$$cos\ \beta_2 = \frac{BE}{BC} \quad \rightarrow \quad \mathrm{BE} = BC \cdot cos\ \beta_2$$



$$AD = AH + BE + KD$$

$$\gamma = \gamma_1 + \gamma_2$$

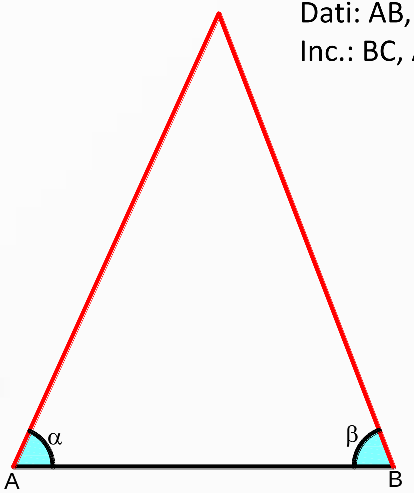
$$\beta = \beta_1 + 100^c + \beta_2$$

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AD \cdot sen\ \alpha + \frac{1}{2} \cdot BC \cdot CD \cdot sen\ \gamma$$

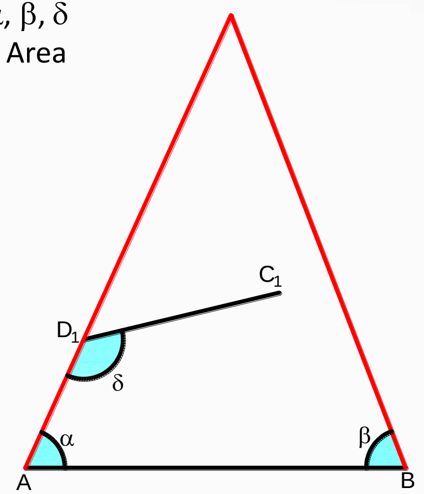
CASO 3) 2 LATI OPPOSTI + 3 ANGOLI COMPRESI

Dati: AB, CD, α, β, δ

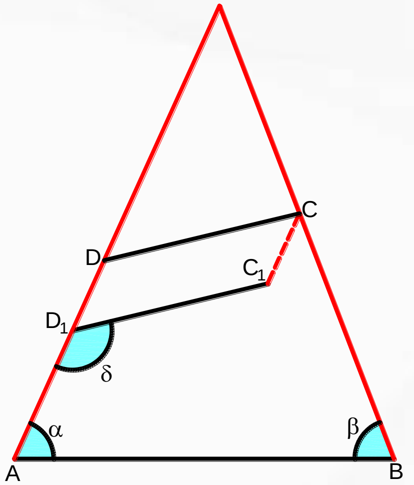
Inc.: BC, AD, γ, Area



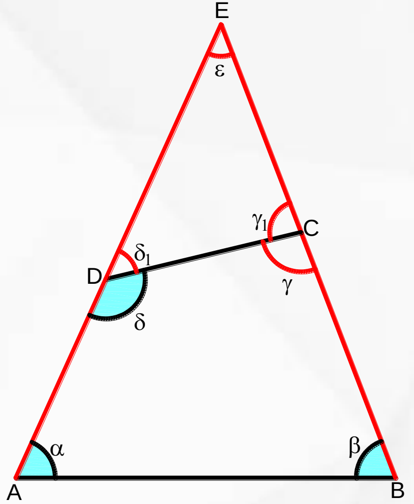
Disegno. Si mette per base il lato più grande (ad es. AB) e si tracciano gli angoli alla base α e β.



Si prende un punto (nel nostro caso D_1) a piacere sul lato dove si conosce il terzo angolo e si traccia l'angolo (nel nostro caso δ) e il lato (nel nostro caso CD)



Dal punto C_1 si traccia la parallela al lato AD fino ad incontrare il lato opposto nel punto C. Infine si sposta il segmento C_1D_1 in C ottenendo il punto D



Svolgimento

$$\gamma = 400^c - (\alpha + \beta + \delta)$$

Si risolve il ***triangolo ABE***

$$\varepsilon = 200^c - (\alpha + \beta)$$

$$\text{AE} = \frac{AB \cdot sen\ \beta}{sen\ \varepsilon}$$

$$\text{BE} = \frac{AB \cdot sen\ \alpha}{sen\ \varepsilon}$$

Si risolve il ***triangolo CDE***

$$\gamma_1 = 200^c - \gamma$$

$$\delta_1 = 200^c - \delta$$

$$\text{DE} = \frac{CD \cdot sen\ \gamma_1}{sen\ \varepsilon}$$

$$\text{CE} = \frac{CD \cdot sen\ \delta_1}{sen\ \varepsilon}$$

infine

$$AD = AE - DE$$

$$BC = BE - CE$$

$$S_{ABCD} = S_{ABD} + S_{BCD}$$

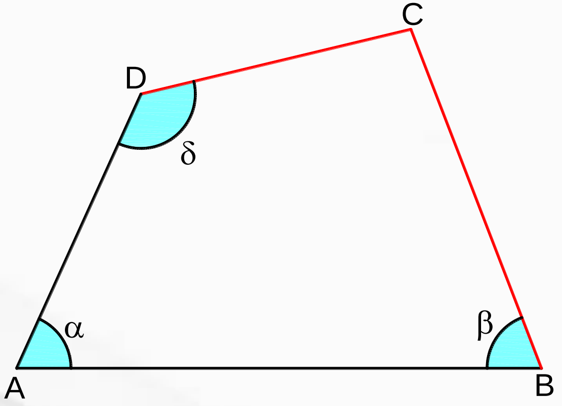
oppure

$$S_{ABCD} = S_{ABE} - S_{CDE}$$

CASO 4) **3 ANGOLI + 2 LATI CONSECUTIVI**

Dati: AB, AD, α, β, δ
Inc.: BC, CD, γ, Area

Disegno: Mettere per base un lato noto e disegnare l'angolo con l'altro lato (es. AB, AD e α). Da vertici esterni dei due lati si tracciano gli angoli (β e δ) fino a farli incontrare in C



Svolgimento

$$\gamma = 400^c - (\alpha + \beta + \delta)$$

si traccia a piacere la diagonale BD e si risolve il ***triangolo ABD***

$$BD = \sqrt{(AB^2 + AD^2 - 2 \cdot AB \cdot AD \cdot cos\alpha)}$$

$$\beta_1 = cos^{-1}\left[\frac{(AB^2 + BD^2 - AD^2)}{(2 \cdot AB \cdot BD)}\right]$$

$$\delta_1 = 200^c - (\alpha + \beta_1)$$

Triangolo BCD

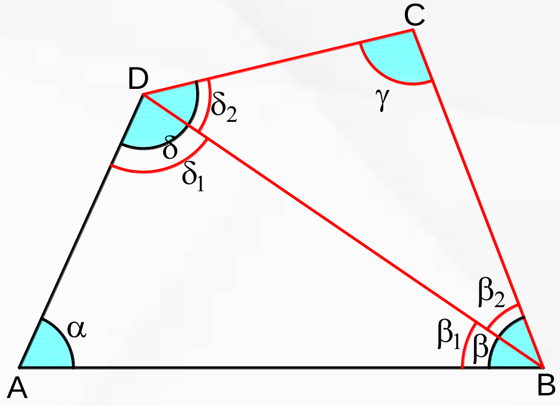
$$\beta_2 = \beta - \beta_1$$

$$\delta_2 = \delta - \delta_1$$

$$\frac{BC}{sen\,\delta_2} = \frac{BD}{sen\,\gamma} \rightarrow \mathrm{BC} = \frac{BD \cdot sen\,\delta_2}{sen\,\gamma}$$

$$\frac{CD}{sen\,\beta_2} = \frac{BD}{sen\,\gamma} \rightarrow \mathrm{CD} = \frac{BD \cdot sen\,\beta_2}{sen\,\gamma}$$

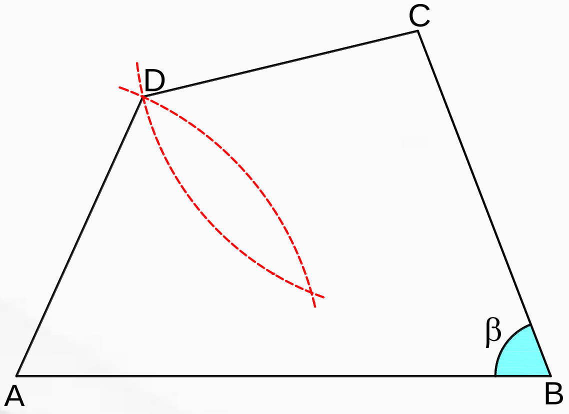
$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AD \cdot sen\,\alpha + \frac{1}{2} \cdot BC \cdot CD \cdot sen\,\gamma$$



CASO 5) **4 LATI + 1 ANGOLO**

Dati: AB, BC, CD, AD, β
Inc.: α, β, δ, Area

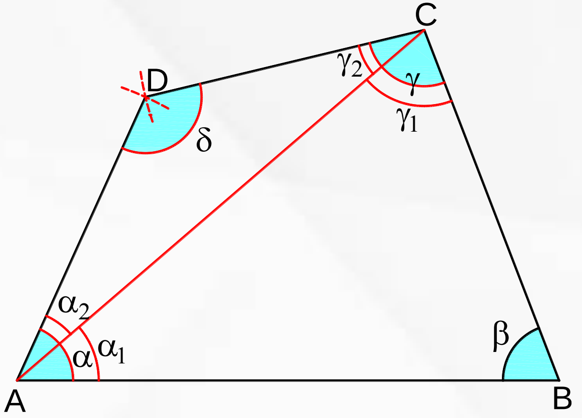
Disegno: Mettere per base un lato con l'angolo al vertice, disegnare l'angolo e l'altro lato (es. AB, BC e β). Da vertici esterni dei due lati si tracciano con il compasso due archi di raggio AD e CD che si incontrano nel punto D (è possibile che ci siano due soluzioni)



Svolgimento
si traccia la diagonale opposta all'angolo noto AC e si risolve il ***triangolo ABC***

$$AC = \sqrt{(AB^2 + BC^2 - 2 \cdot AB \cdot BC \cdot \cos\beta)}$$

$$\alpha_1 = cos^{-1}\left[\frac{(AB^2 + AC^2 - BC^2)}{(2 \cdot AB \cdot AC)}\right]$$



$$\gamma_1 = 200^c - (\alpha_1 + \beta)$$

Triangolo ACD

$$\alpha_2 = cos^{-1}\left[\frac{(AD^2 + AC^2 - CD^2)}{(2 \cdot AD \cdot AC)}\right]$$

$$\gamma_2 = cos^{-1}\left[\frac{(CD^2 + AC^2 - AD^2)}{(2 \cdot CD \cdot AC)}\right]$$

$$\delta = 200^c - (\alpha_2 + \gamma_2)$$

$$\alpha = \alpha_1 + \alpha_2$$

$$\gamma = \gamma_1 + \gamma_2$$

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot BC \cdot sen\,\beta + \frac{1}{2} \cdot AD \cdot CD \cdot sen\,\delta$$

Se richiesto si procede a calcolare la seconda soluzione con il quadrilatero concavo.

RIMANGONO DA SVOLGERE 2 CASI…… (che ….  co’ sti quadrilateri):

CASO 6) 3 LATI + 2 ANGOLI DI CUI 1 COMPRESO

CASO 7) 4 LATI + 1 DIAGONALE

SI CHIEDE DI PREPARARE UNA PRESENTAZIONE CHE ILLUSTRI LA RISOLUZIONE DI QUESTI DUE CASI.

SI PUO’ LAVORARE IN GRUPPI DI MASSIMO TRE PERSONE.

LE MIGLIORI DUE PRESENTAZIONI SARANNO VALUTATE CON VOTO SUL REGISTRO