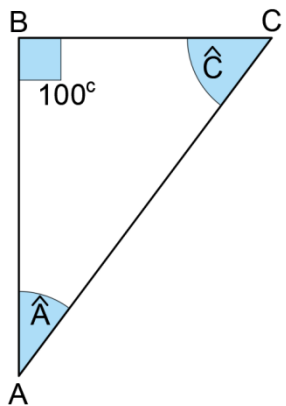


# I TRIANGOLI RETTANGOLI

Estendiamo le regole delle funzioni trigonometriche ai triangoli rettangoli (Regola del SOHCAHTOA):



$$\textit{seno} = \frac{\textit{cat. opp.}}{\textit{ipot.}}$$

$$\textit{coseno} = \frac{\textit{cat. adiac.}}{\textit{ipot.}}$$

$$\textit{tangente} = \frac{\textit{cat. opp.}}{\textit{cat. adiac.}}$$

Considerando l'angolo A:

$$\textit{sen} \hat{A} = \frac{BC}{AC}$$

$$\textit{cos} \hat{A} = \frac{AB}{AC}$$

$$\textit{tg} \hat{A} = \frac{BC}{AB}$$

Conoscendo i lati è possibile trovare l'angolo con le funzioni inverse:

$$\hat{A} = \textit{sen}^{-1} \left( \frac{BC}{AC} \right) \quad \hat{A} = \textit{cos}^{-1} \left( \frac{AB}{AC} \right) \quad \hat{A} = \textit{tg}^{-1} \left( \frac{BC}{AB} \right)$$

Oppure si possono ricavare le formule inverse:

$$\textit{sen} \hat{A} = \frac{BC}{AC} \begin{cases} BC = AC \cdot \textit{sen} \hat{A} \\ AC = \frac{BC}{\textit{sen} \hat{A}} \end{cases}$$

$$\textit{cos} \hat{A} = \frac{AB}{AC} \begin{cases} AB = AC \cdot \textit{cos} \hat{A} \\ AC = \frac{AB}{\textit{cos} \hat{A}} \end{cases}$$

$$\textit{tg} \hat{A} = \frac{BC}{AB} \begin{cases} BC = AB \cdot \textit{tg} \hat{A} \\ AB = \frac{BC}{\textit{tg} \hat{A}} \end{cases}$$

Ripetere il procedimento considerando l'angolo C

Come si ricavano le formule inverse:

$$a = \frac{b}{c} \begin{cases} \nearrow b = a \cdot c \\ \searrow c = \frac{b}{a} \end{cases}$$

per semplificare si può ricorrere ad una semplice frazione:

$$3 = \frac{6}{2} \begin{cases} \nearrow 6 = 3 \cdot 2 \\ \searrow 2 = \frac{6}{3} \end{cases}$$

facendo una semplice associazione:

$$\overset{3}{\text{sen } \hat{A}} = \frac{\overset{6}{BC}}{\underset{2}{AC}} \begin{cases} \nearrow \overset{6}{BC} = \overset{2}{AC} \cdot \overset{3}{\text{sen } \hat{A}} \\ \searrow \overset{2}{AC} = \frac{\overset{6}{BC}}{\overset{3}{\text{sen } \hat{A}}} \end{cases}$$

## Esempio n.1 esercizio triangoli rettangoli

Di un triangolo ABC triangolo rettangolo retto in A si conoscono:

BC = 139,590 m (ipotenusa)

ABC = β = 59°,2569

Calcolare:

AB, AC, ACB = γ, S<sub>ABC</sub>

Disegno 1:2000

# Esempio n.1 esercizio triangoli rettangoli

Di un triangolo ABC rettangolo retto in A si conoscono:

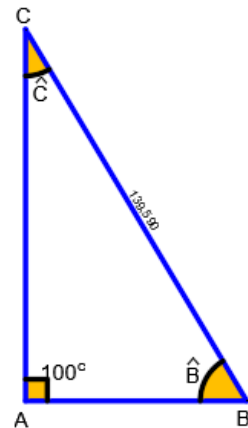
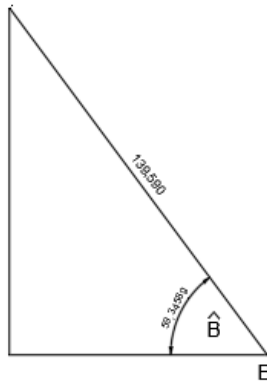
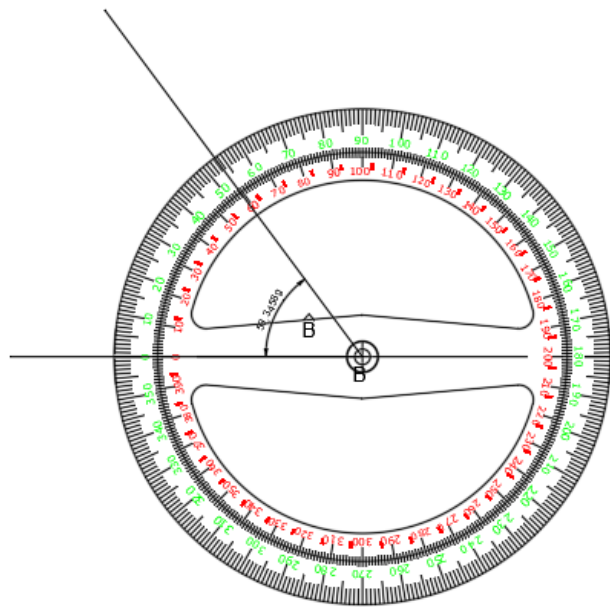
$\widehat{BC} = 139,590$  m (ipotenusa)

$\widehat{ABC} = \beta = 59^\circ,2569$

Calcolare:

AB, AC,  $\widehat{ACB} = \gamma$ ,  $S_{ABC}$

Disegno 1:2000



## Esempio n.1 esercizio triangoli rettangoli

Di un triangolo ABC rettangolo retto in A si conoscono:

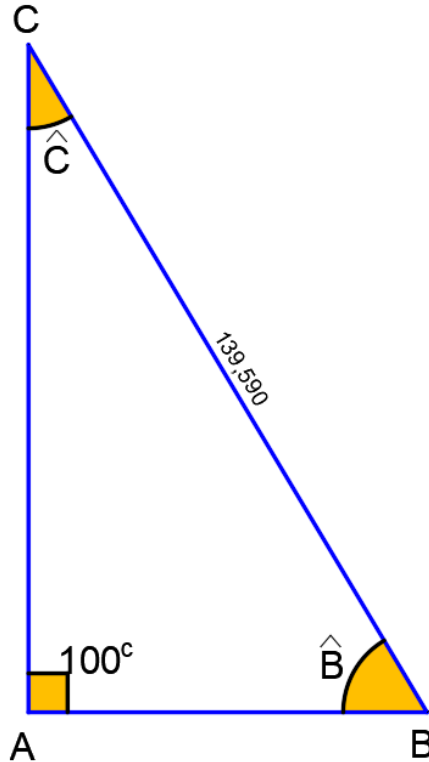
$BC = 139,590$  m (ipotenusa)

$\hat{A}BC = \beta = 59^{\circ},2569$

Calcolare:

$AB, AC, \hat{A}CB = \gamma, S_{ABC}$

Disegno 1:2000



## Svolgimento

$$\hat{C} = 200^{\circ} - 100^{\circ} - 59^{\circ},2569 = 40^{\circ},7431$$

## Esempio n.1 esercizio triangoli rettangoli

Di un triangolo ABC rettangolo retto in A si conoscono:

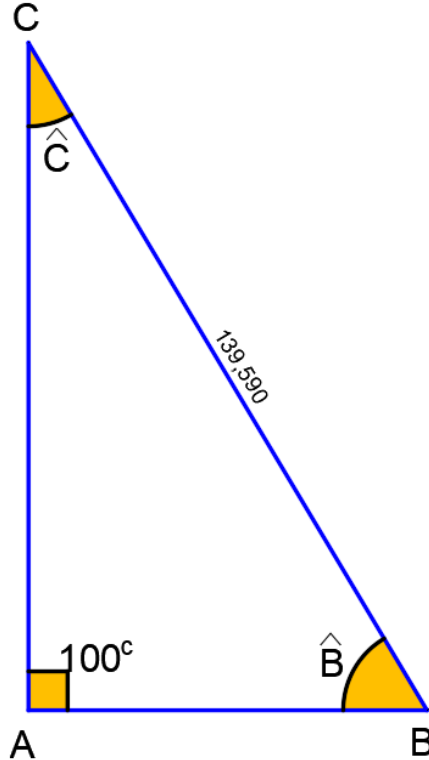
$BC = 139,590$  m (ipotenusa)

$\hat{A}BC = \beta = 59^{\circ},2569$

Calcolare:

$AB, AC, \hat{ACB} = \gamma, S_{ABC}$

Disegno 1:2000



### Svolgimento

$$\hat{C} = 200^{\circ} - 100^{\circ} - 59^{\circ},2569 = 40^{\circ},7431$$

$$\cos \hat{B} = \frac{AB}{BC} \longrightarrow AB = BC \cdot \cos \hat{B}$$

$$AB = 139,590 \cdot \cos 59^{\circ},2569 = 83,362 \text{ m}$$

**Controlla sul disegno!!!**

## Esempio n.1 esercizio triangoli rettangoli

Di un triangolo ABC rettangolo retto in A si conoscono:

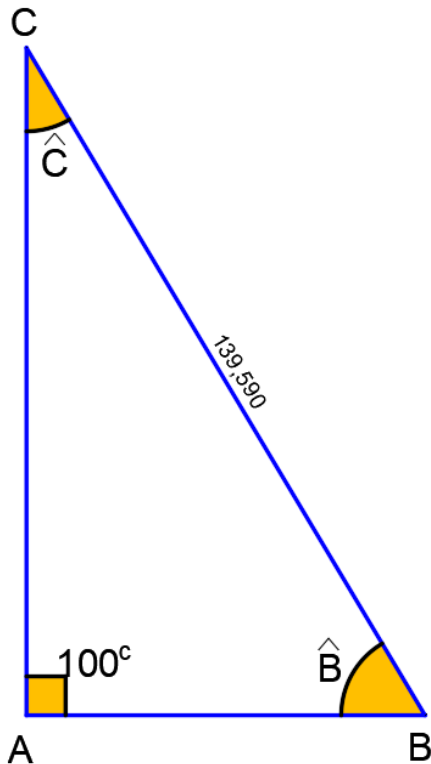
$BC = 139,590$  m (ipotenusa)

$\hat{A}BC = \beta = 59^{\circ},2569$

Calcolare:

$AB, AC, \hat{ACB} = \gamma, S_{ABC}$

Disegno 1:2000



### Svolgimento

$$\hat{C} = 200^{\circ} - 100^{\circ} - 59^{\circ},2569 = 40^{\circ},7431$$

$$\cos \hat{B} = \frac{AB}{BC} \longrightarrow AB = BC \cdot \cos \hat{B}$$

$$AB = 139,590 \cdot \cos 59^{\circ},2569 = 83,362 \text{ m}$$

$$\sin \hat{B} = \frac{AC}{BC} \longrightarrow AC = BC \cdot \sin \hat{B}$$

$$AC = 139,590 \cdot \sin 59^{\circ},2569 = 111,965 \text{ m}$$

**Controlla sul disegno!!!**

## Esempio n.1 esercizio triangoli rettangoli

Di un triangolo ABC rettangolo retto in A si conoscono:

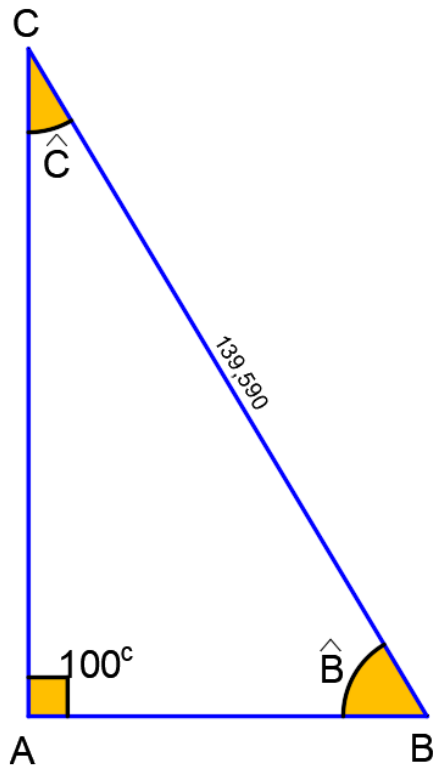
$BC = 139,590$  m (ipotenusa)

$\hat{A}BC = \beta = 59^{\circ},2569$

Calcolare:

$AB, AC, \hat{ACB} = \gamma, S_{ABC}$

Disegno 1:2000



Svolgimento

$$\hat{C} = 200^{\circ} - 100^{\circ} - 59^{\circ},2569 = 40^{\circ},7431$$

$$\cos \hat{B} = \frac{AB}{BC} \longrightarrow AB = BC \cdot \cos \hat{B}$$

$$AB = 139,590 \cdot \cos 59^{\circ},2569 = 83,362 \text{ m}$$

$$\sin \hat{B} = \frac{AC}{BC} \longrightarrow AC = BC \cdot \sin \hat{B}$$

$$AC = 139,590 \cdot \sin 59^{\circ},2569 = 111,965 \text{ m}$$

$$S_{ABC} = \frac{AB \cdot AC}{2} = 4666,91 \text{ m}^2$$

**Controlla sul disegno!!!**

## Esempio n.2 esercizio triangoli rettangoli

Di un triangolo ABC rettangolo retto in A si conoscono:

$$AB = 489,360 \text{ m}$$

$$BC = 658,260 \text{ m}$$

Calcolare:

$$AC, \hat{A}BC, \hat{A}CB, S_{ABC}$$

Disegno 1:10000



## Esempio n.2 esercizio triangoli rettangoli

Di un triangolo ABC rettangolo retto in A si conoscono:

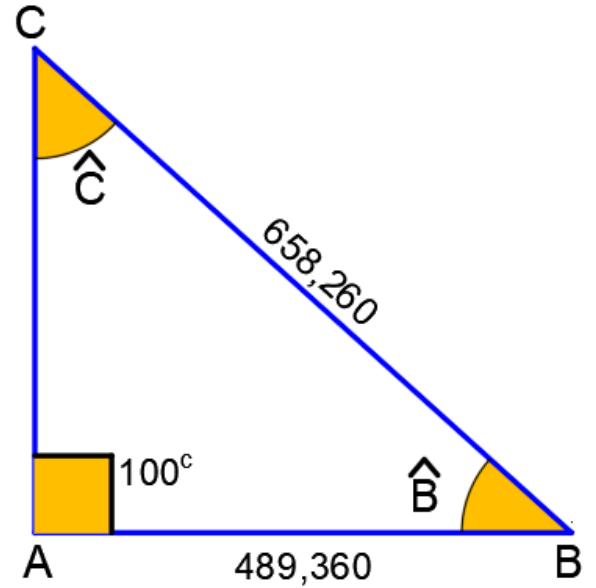
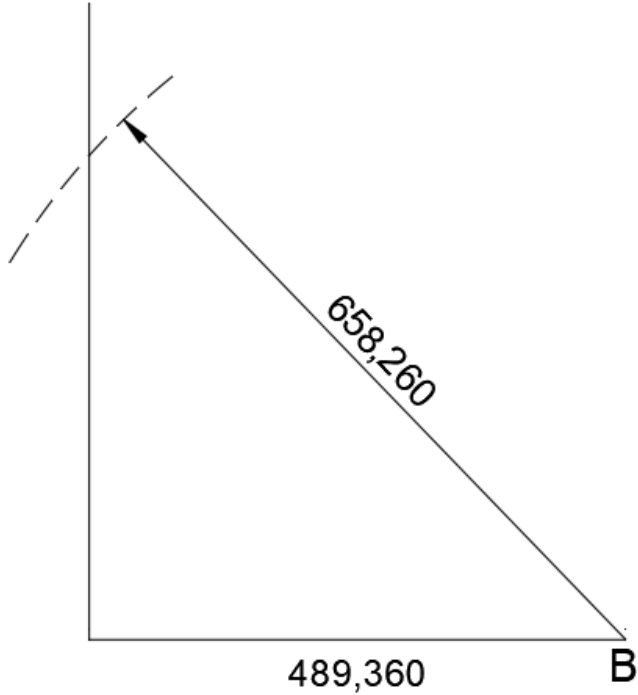
AB = 489,360 m

BC = 658,260 m

Calcolare:

AC,  $\hat{A}$ ,  $\hat{B}$ ,  $\hat{C}$ ,  $S_{ABC}$

Disegno 1:10000



## Esempio n.2 esercizio triangoli rettangoli

Di un triangolo ABC rettangolo retto in A si conoscono:

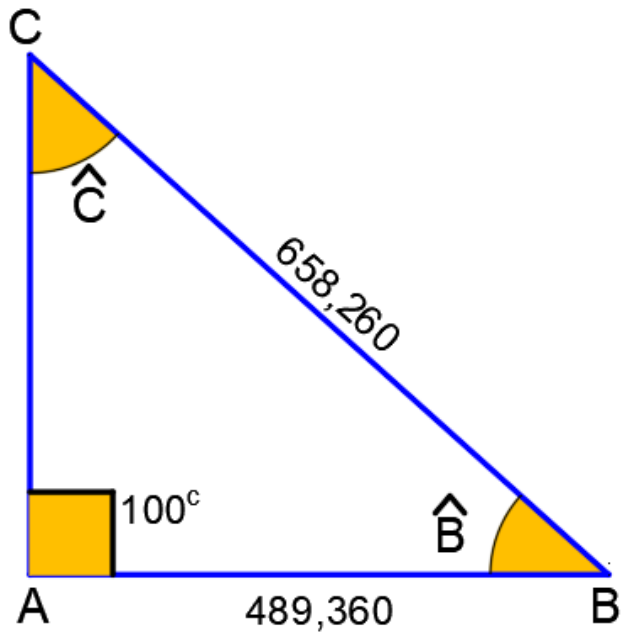
AB = 489,360 m

BC = 658,260 m

Calcolare:

AC,  $\hat{A}$ ,  $\hat{B}$ ,  $\hat{C}$ ,  $S_{ABC}$

Disegno 1:10000



## Svolgimento

$$AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = \sqrt{658,260^2 - 489,360^2} = 440,265 \text{ m}$$

## Esempio n.2 esercizio triangoli rettangoli

Di un triangolo ABC rettangolo retto in A si conoscono:

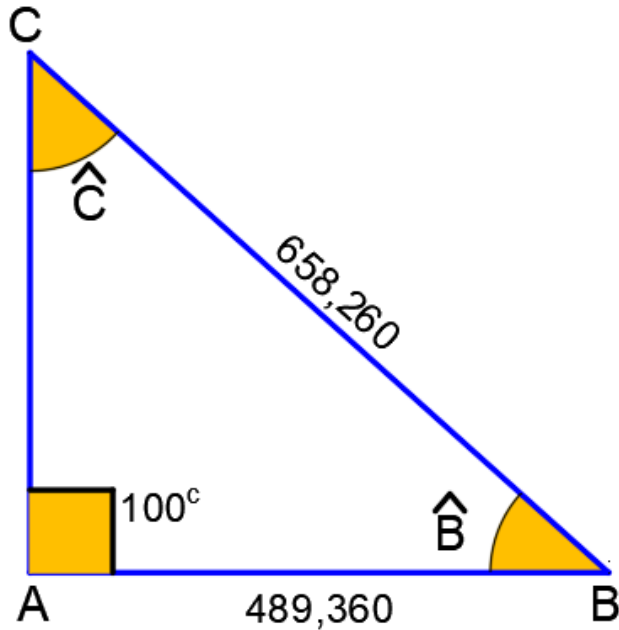
AB = 489,360 m

BC = 658,260 m

Calcolare:

AC,  $\hat{A}$ ,  $\hat{B}$ ,  $\hat{C}$ ,  $S_{ABC}$

Disegno 1:10000



## Svolgimento

$$AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = \sqrt{658,260^2 - 489,360^2} = 440,265 \text{ m}$$

$$\cos \hat{B} = \frac{AB}{BC} \longrightarrow \hat{B} = \cos^{-1} \left( \frac{AB}{BC} \right)$$

$$\hat{B} = \cos^{-1} \left( \frac{489,360}{658,260} \right) = 46^{\circ}, 6410$$

## Esempio n.2 esercizio triangoli rettangoli

Di un triangolo ABC rettangolo retto in A si conoscono:

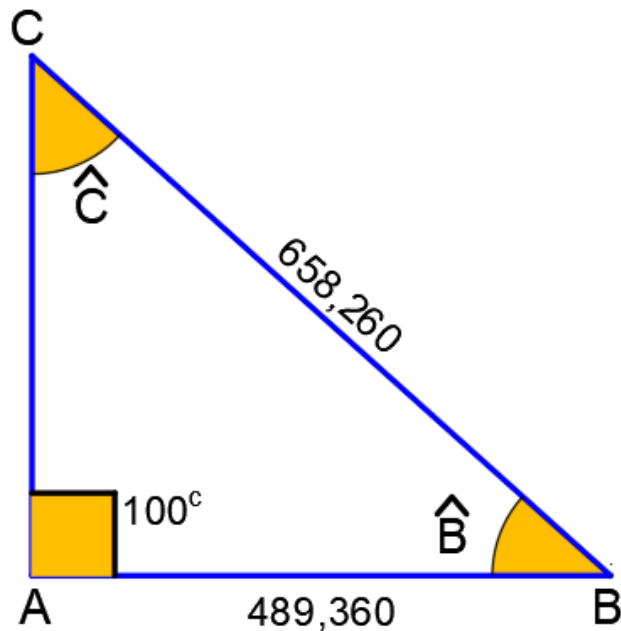
AB = 489,360 m

BC = 658,260 m

Calcolare:

AC,  $\hat{A}$ ,  $\hat{B}$ ,  $\hat{C}$ ,  $S_{ABC}$

Disegno 1:10000



## Svolgimento

$$AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = \sqrt{658,260^2 - 489,360^2} = 440,265 \text{ m}$$

$$\cos \hat{B} = \frac{AB}{BC} \longrightarrow \hat{B} = \cos^{-1}\left(\frac{AB}{BC}\right)$$

$$\hat{B} = \cos^{-1}\left(\frac{489,360}{658,260}\right) = 46^{\circ}, 6410$$

$$\hat{C} = 200^{\circ} - (100^{\circ} + \hat{B}) = 200^{\circ} - (100^{\circ} + 46^{\circ}, 6410) = 53^{\circ}, 3590$$

$$S_{ABC} = \frac{AB \cdot AC}{2} = \frac{489,360 \cdot 440,265}{2} = 107722,82 \text{ m}^2$$

### Esempio n.3 esercizio triangoli rettangoli

Di un triangolo ABC rettangolo retto in B si conoscono:

$AB = 325,880$  m

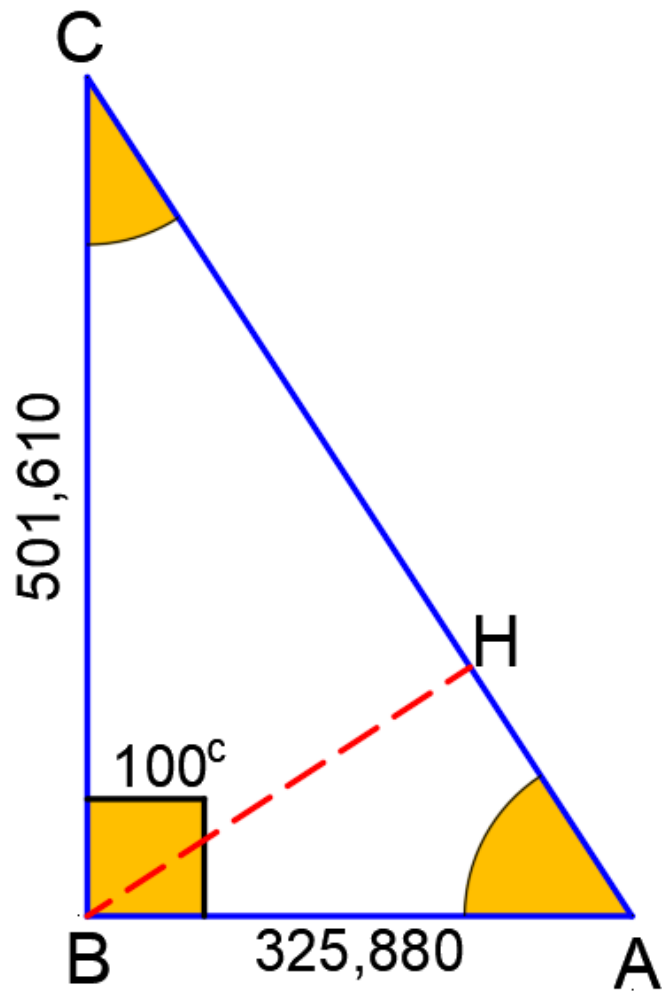
$BC = 501,610$  m

Calcolare:

$\hat{A}$ ,  $\hat{C}$ ,  $\hat{B}$ ,  $BH$ ,  $AH$ ,  $CH$

Disegno 1:8000

Svolgimento .....



## Esempio n.4 esercizio triangoli rettangoli

Di un triangolo **qualsiasi** ABC si conoscono:

$AB = 61,040$  m

$BC = 109,717$  m

$\angle C = \beta = 28^\circ,9846$

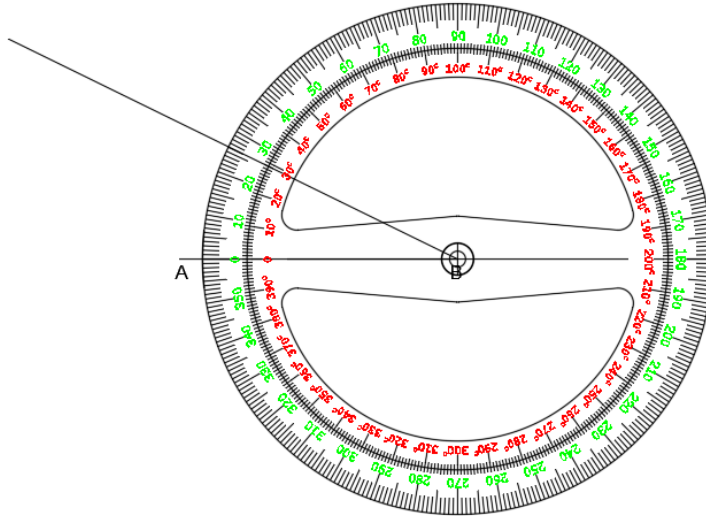
Calcolare:

$AC$ ,  $\angle CAB$ ,  $\angle ACB$ ,  $S_{ABC}$

Disegno 1:1000

**Svolgimento .....**

A 61,040 B



## Esempio n.4 esercizio triangoli rettangoli

Di un triangolo *qualsiasi* ABC si conoscono:

$AB = 61,040$  m

$BC = 109,717$  m

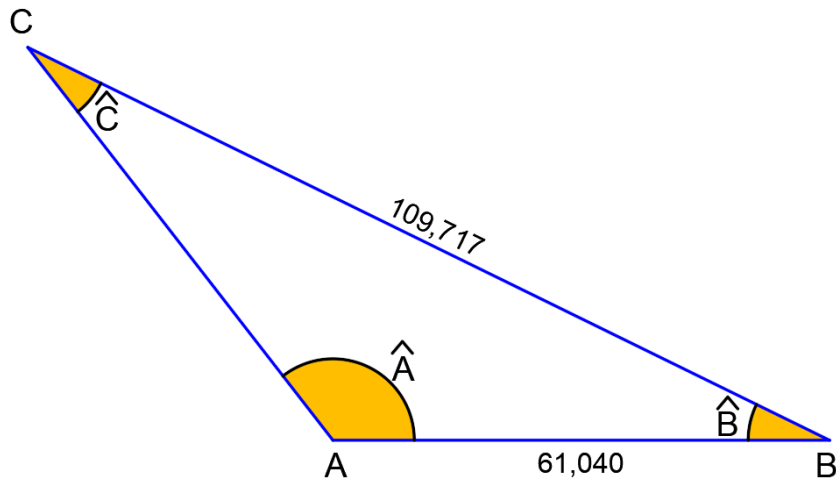
$\hat{A} = \hat{\beta} = 28^\circ,9846$

Calcolare:

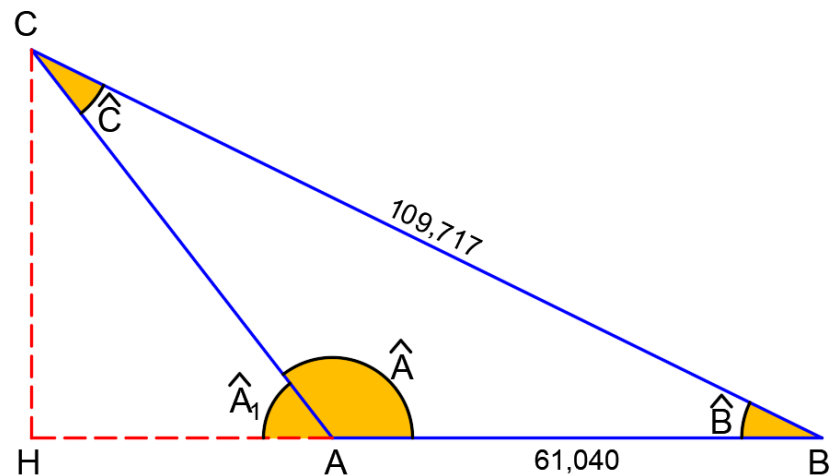
$AC$ ,  $\hat{C}$ ,  $\hat{A}$ ,  $\hat{B}$ ,  $S_{ABC}$

Disegno 1:1000

**Svolgimento .....**

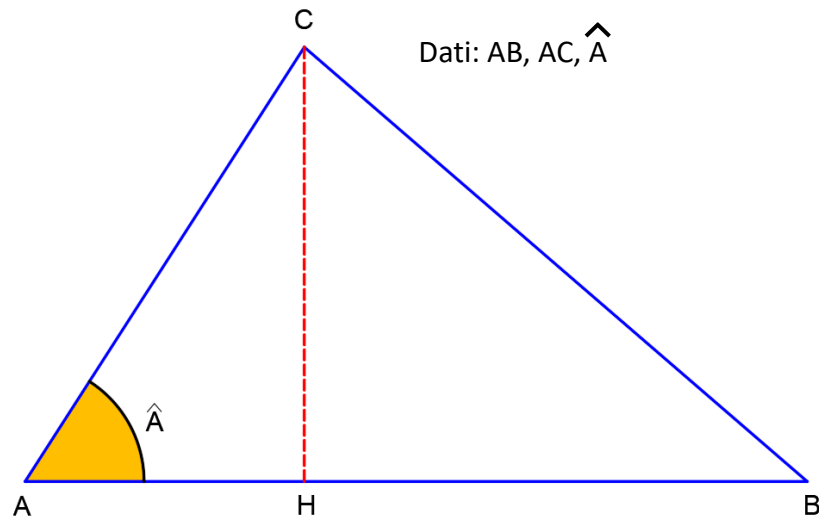


Per risolverlo con i triangoli rettangoli si consiglia di tracciare l'altezza CH e di risolvere prima il triangolo BCH e poi ACH .....



## AREA DI UN TRIANGOLO

Utilizziamo le formule trigonometriche per trovare l'area di un triangolo qualsiasi



Iniziamo con la classica formula dell'area del triangolo

$$S_{ABC} = \frac{AB \cdot CH}{2}$$

Ora consideriamo il triangolo rettangolo ACH e ricaviamo l'ipotenusa AC

$$\text{sen } \hat{A} = \frac{CH}{AC} \longrightarrow CH = AC \cdot \text{sen } \hat{A}$$

Sostituendo CH nella formula dell'area si ottiene:

$$S_{ABC} = \frac{AB \cdot AC \cdot \text{sen } \hat{A}}{2} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC \cdot \text{sen } \hat{A}$$

Generalizzando la formula si può dire che l'area di un triangolo si calcola:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot \text{lato1} \cdot \text{lato2} \cdot \text{seno angolo compreso}$$