

Esercizio sulla teoria degli errori

Data la serie di misurazioni riportata in tabella

N	MISURE m	SCARTI m	SCARTI QUADR. m ²
1	120,565		
2	120,595		
3	120,620		
4	120,665		
5	120,695		
6	120,565		
7	120,595		
8	120,620		
9	120,565		
10	120,595		
11	120,620		
12	120,435		
13	120,565		
14	120,545		
15	120,485		
16	120,565		
17	120,545		
18	120,485		
19	120,665		
20	120,545		
21	120,595		
22	120,565		
23	120,485		
24	120,545		
25	120,595		

1) Disegna il grafico con la distribuzione delle misure

Applica la teoria degli errori alla seguente serie di misure determinando:

2) il valore medio \bar{x}_M

3) lo scarto quadratico medio σ

4) l'errore medio della media σ_M

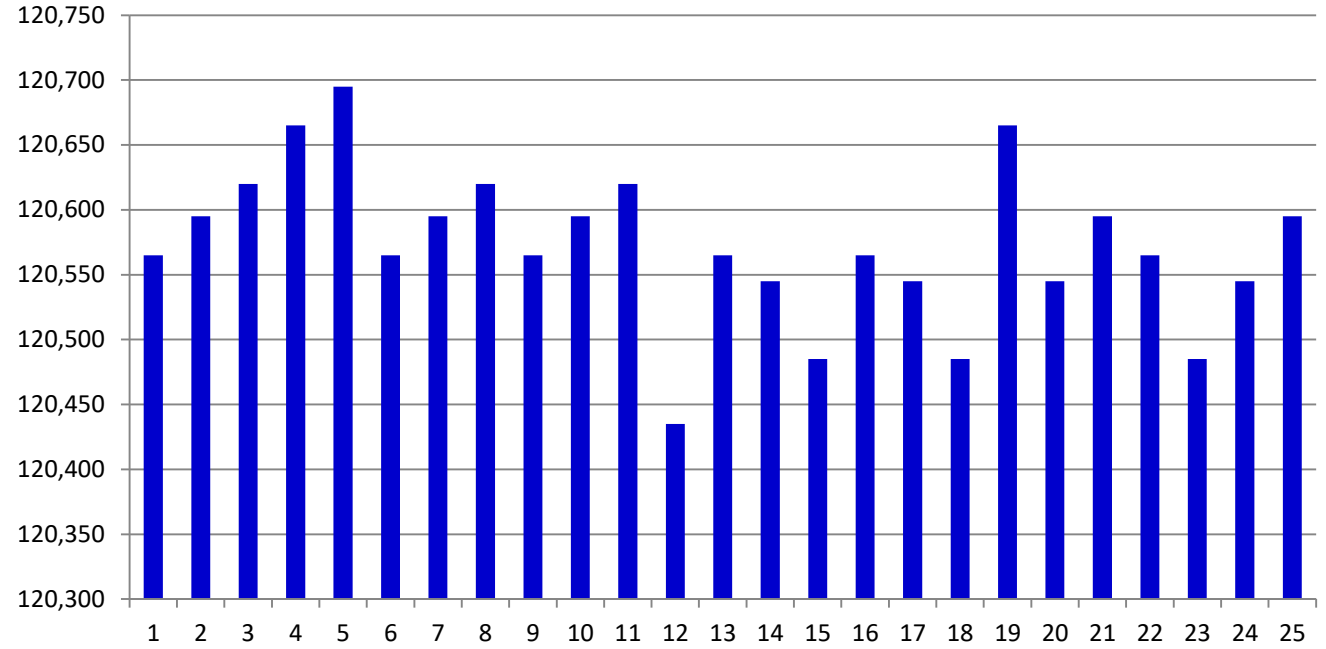
5) scrivi il valore medio con la relativa precisione

6) disegna la curva di distribuzione degli errori con un intervallo $\Delta x = 2 \text{ cm}$

7) trova la tolleranza e commenta i risultati ottenuti

N	MISURE m	SCARTI m	SCARTI QUADR. m ²
1	120,565		
2	120,595		
3	120,620		
4	120,665		
5	120,695		
6	120,565		
7	120,595		
8	120,620		
9	120,565		
10	120,595		
11	120,620		
12	120,435		
13	120,565		
14	120,545		
15	120,485		
16	120,565		
17	120,545		
18	120,485		
19	120,665		
20	120,545		
21	120,595		
22	120,565		
23	120,485		
24	120,545		
25	120,595		

Grafico delle misure



Dal grafico si può osservare che non sembrano esserci misure con errori grossolani, pertanto nella trattazione verranno considerate tutte le misure.

N	MISURE m	SCARTI m	SCARTI QUADR. m ²
1	120,565	-0,0078	0,00006084
2	120,595	0,0222	0,00049284
3	120,620	0,0472	0,00222784
4	120,665	0,0922	0,00850084
5	120,695	0,1222	0,01493284
6	120,565	-0,0078	0,00006084
7	120,595	0,0222	0,00049284
8	120,620	0,0472	0,00222784
9	120,565	-0,0078	0,00006084
10	120,595	0,0222	0,00049284
11	120,620	0,0472	0,00222784
12	120,435	-0,1378	0,01898884
13	120,565	-0,0078	0,00006084
14	120,545	-0,0278	0,00077284
15	120,485	-0,0878	0,00770884
16	120,565	-0,0078	0,00006084
17	120,545	-0,0278	0,00077284
18	120,485	-0,0878	0,00770884
19	120,665	0,0922	0,00850084
20	120,545	-0,0278	0,00077284
21	120,595	0,0222	0,00049284
22	120,565	-0,0078	0,00006084
23	120,485	-0,0878	0,00770884
24	120,545	-0,0278	0,00077284
25	120,595	0,0222	0,00049284

Il valore più probabile di una serie di misurazioni è dato dalla **media aritmetica** delle misure eseguite (della stessa precisione).

$$x_M = \frac{\sum_{i=1}^{25} x_i}{25} = \frac{120,656 + 120,595 + \dots + 120,595}{25} = 120,5728 \text{ m}$$

scarti $s_1 = 120,565 - 120,5728 = -0,0078 \text{ m}$

Si può verificare che la somma algebrica degli scarti è uguale a zero

$$\sum_{i=1}^N s_i = -0,0078 + 0,0222 + \dots + 0,0222 = 0,0000 \text{ m}$$

La somma dei quadrati degli scarti vale

$$\sum_{i=1}^N s_i^2 = 0,00006084 + 0,00049284 + \dots + 0,00049284 = 0,08665400 \text{ m}^2$$

N	media	somma	somma
25	120,5728	0,0000	0,08665400

N	MISURE m	SCARTI m	SCARTI QUADR. m ²
1	120,565	-0,0078	0,00006084
2	120,595	0,0222	0,00049284
3	120,620	0,0472	0,00222784
4	120,665	0,0922	0,00850084
5	120,695	0,1222	0,01493284
6	120,565	-0,0078	0,00006084
7	120,595	0,0222	0,00049284
8	120,620	0,0472	0,00222784
9	120,565	-0,0078	0,00006084
10	120,595	0,0222	0,00049284
11	120,620	0,0472	0,00222784
12	120,435	-0,1378	0,01898884
13	120,565	-0,0078	0,00006084
14	120,545	-0,0278	0,00077284
15	120,485	-0,0878	0,00770884
16	120,565	-0,0078	0,00006084
17	120,545	-0,0278	0,00077284
18	120,485	-0,0878	0,00770884
19	120,665	0,0922	0,00850084
20	120,545	-0,0278	0,00077284
21	120,595	0,0222	0,00049284
22	120,565	-0,0078	0,00006084
23	120,485	-0,0878	0,00770884
24	120,545	-0,0278	0,00077284
25	120,595	0,0222	0,00049284

Scarto quadratico medio

$$\sigma = \pm \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N s_i^2}{N-1}} = \pm \sqrt{\frac{0,08665400}{25-1}} = 0,0601 \text{ m}$$

Errore medio della media

$$\sigma_M = \pm \frac{\sigma}{\sqrt{N}} = \pm \frac{0,0601}{\sqrt{25}} = \pm 0,0120 \text{ m}$$

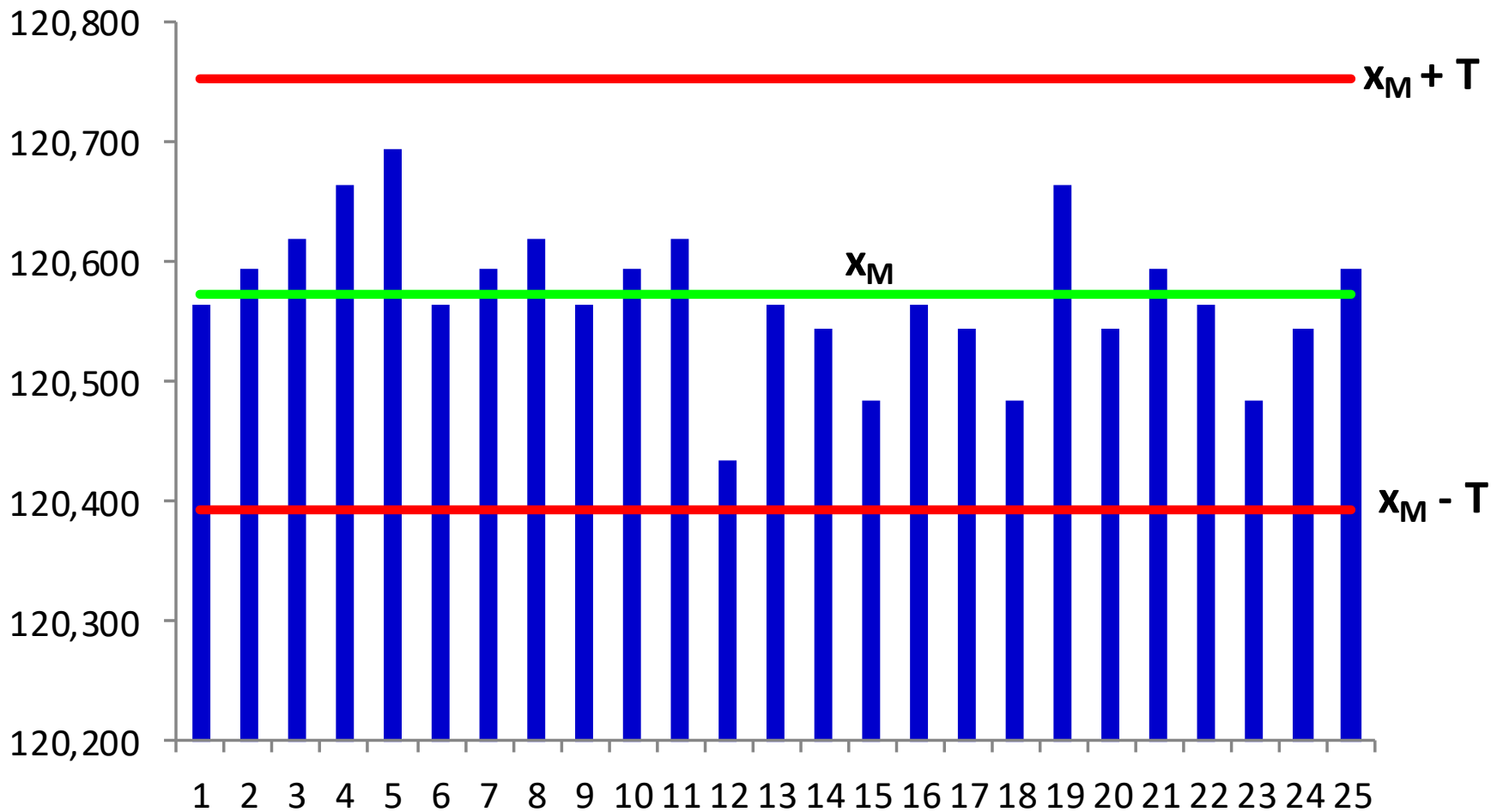
Valore finale

$$x = x_M \pm \sigma_M = 120,5728 \pm 0,0120 \text{ m}$$

Tolleranza

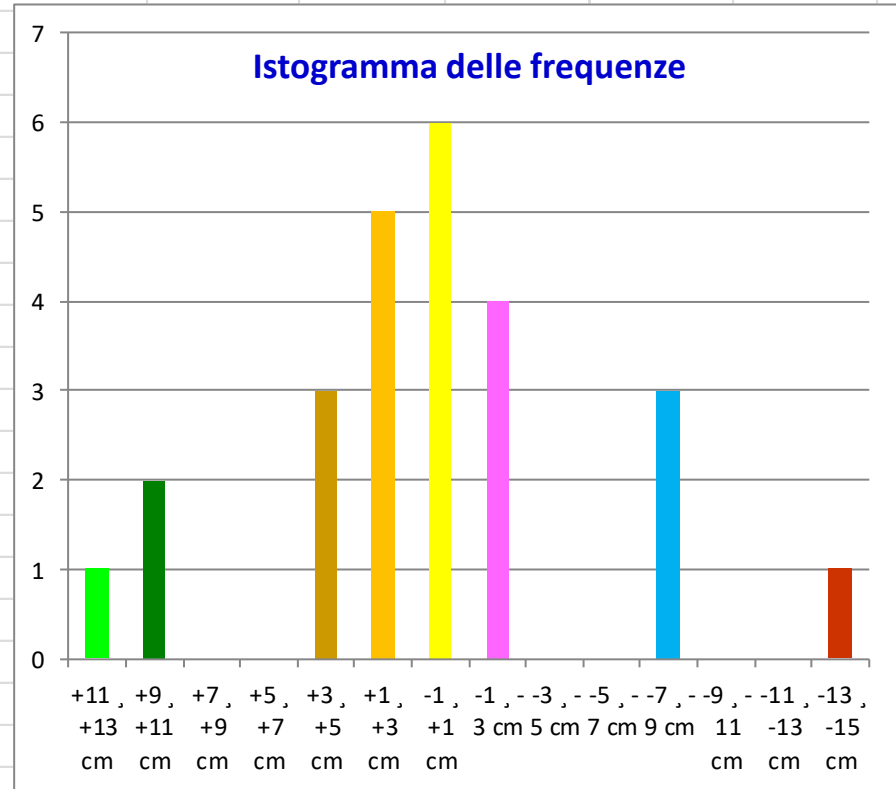
$$T = \pm 3 \cdot \sigma = \pm 3 \cdot 0,0601 = \pm 0,1803 \text{ m}$$

N	media	somma	somma
25	120,5728	0,0000	0,08665400



N	MISURE m	SCARTI m	SCARTI QUADR. m ²
1	120,565	-0,0078	0,00006084
2	120,595	0,0222	0,00049284
3	120,620	0,0472	0,00222784
4	120,665	0,0922	0,00850084
5	120,695	0,1222	0,01493284
6	120,565	-0,0078	0,00006084
7	120,595	0,0222	0,00049284
8	120,620	0,0472	0,00222784
9	120,565	-0,0078	0,00006084
10	120,595	0,0222	0,00049284
11	120,620	0,0472	0,00222784
12	120,435	-0,1378	0,01898884
13	120,565	-0,0078	0,00006084
14	120,545	-0,0278	0,00077284
15	120,485	-0,0878	0,00770884
16	120,565	-0,0078	0,00006084
17	120,545	-0,0278	0,00077284
18	120,485	-0,0878	0,00770884
19	120,665	0,0922	0,00850084
20	120,545	-0,0278	0,00077284
21	120,595	0,0222	0,00049284
22	120,565	-0,0078	0,00006084
23	120,485	-0,0878	0,00770884
24	120,545	-0,0278	0,00077284
25	120,595	0,0222	0,00049284

$\Delta x = 2 \text{ cm}$	f
+11 ÷ +13 cm	1
+9 ÷ +11 cm	2
+7 ÷ +9 cm	0
+5 ÷ +7 cm	0
+3 ÷ +5 cm	3
+1 ÷ +3 cm	5
-1 ÷ +1 cm	6
-1 ÷ -3 cm	4
-3 ÷ -5 cm	0
-5 ÷ -7 cm	0
-7 ÷ -9 cm	3
-9 ÷ -11 cm	0
-11 ÷ -13 cm	0
-13 ÷ -15 cm	1
	25



Tutte le misure effettuate sono state considerate. L'istogramma delle frequenze rispetta la distribuzione della curva di Gauss