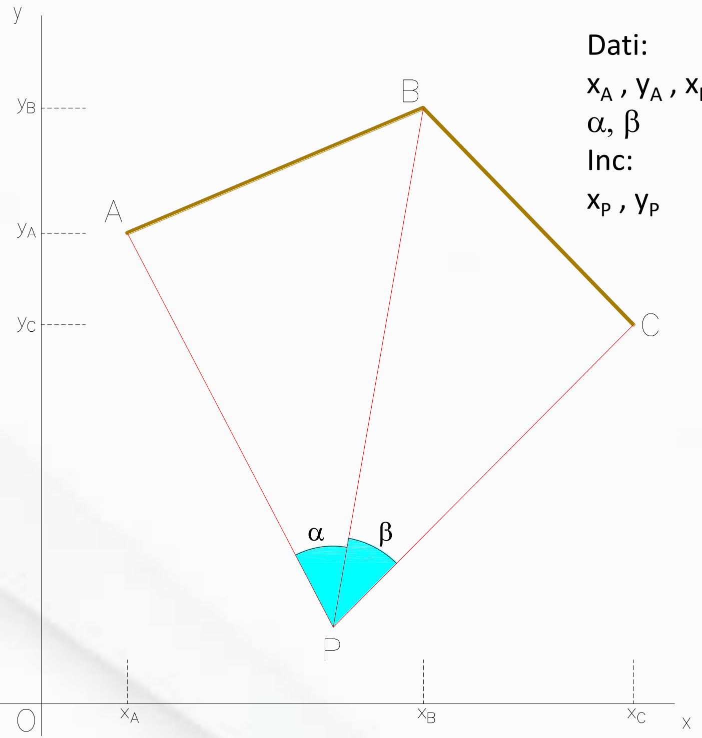
IL METODO DI SNELLIUS-POTHENOT

Questo metodo si applica quando si conosce la posizione planimetrica di tre punti e si vuole determinare la posizione di un quarto punto, misurando da esso gli angoli formati dalle direzioni che vanno ai punti noti.



Dati:

x_A , y_A , x_B , y_B , x_C , y_C

α, β

Inc:

x_P , y_P

Per individuare da quale parte si trova il punto P è necessario specificare se i vertici ABCP vengono percorsi in senso orario o antiorario, oppure fornire il libretto delle misure.

Svolgimento

Si calcolano azimut e distanze dei punti noti

$$(AB) = tg^{-1}\left[\frac{(x_B - x_A)}{(y_B - y_A)}\right] \rightarrow$$

$$(BC) = tg^{-1}\left[\frac{(x_C - x_B)}{(y_C - y_B)}\right] \rightarrow$$

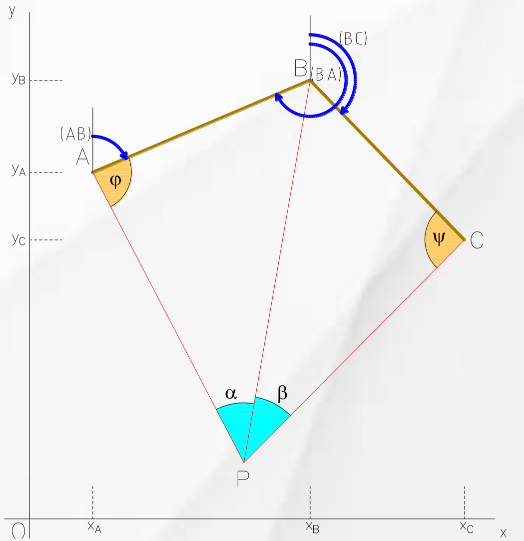
$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

$$BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2}$$

$$(BA) = (AB) \pm 200^c$$

$$\gamma = (BA) - (BC)$$

Si introducono ora gli angoli incogniti nei vertici A e C che chiamiamo φ e ψ



IL METODO DI SNELLIUS-POTHENOT

Ora seguono 4 passaggi da eseguire in sequenza per trovare questi due angoli.

$$\frac{\varphi + \psi}{2} = 200^c - \frac{(\alpha + \beta + \gamma)}{2} \qquad [1]$$

$$\lambda = tg^{-1}\left[\frac{(AB \cdot \text{sen } \beta)}{(BC \cdot sen\ \alpha)}\right] \qquad [2]$$

[nel sistema DEG il 50ᶜ viene sostituito con 45°]

$$\frac{\varphi - \psi}{2} = tg^{-1}\left[tg\left(\underbrace{\frac{\varphi + \psi}{2}}_{[1]}\right) \cdot tg(50^c - \underbrace{\lambda}_{[2]})\right] \qquad [3]$$

Si calcolano quindi gli angoli incogniti

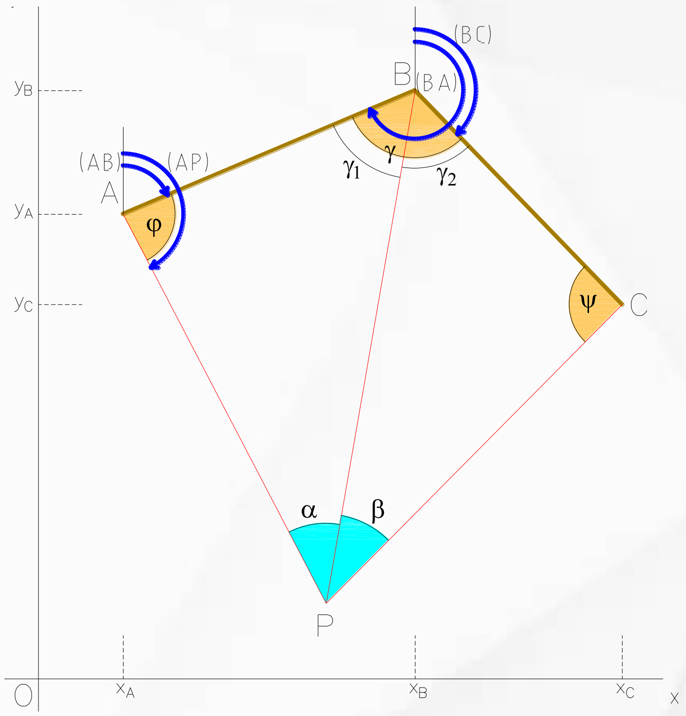
$$\begin{cases} \varphi = \dfrac{\varphi + \psi}{2} + \dfrac{\varphi - \psi}{2} \\ \psi = \dfrac{\varphi + \psi}{2} - \dfrac{\varphi - \psi}{2} \end{cases} \qquad [4]$$

Ora si ritorna al classico calcolo di azimut e distanza del punto P

$$(AP) = (AB) + \varphi$$

$$\gamma_1 = 200^c - (\alpha + \varphi)$$

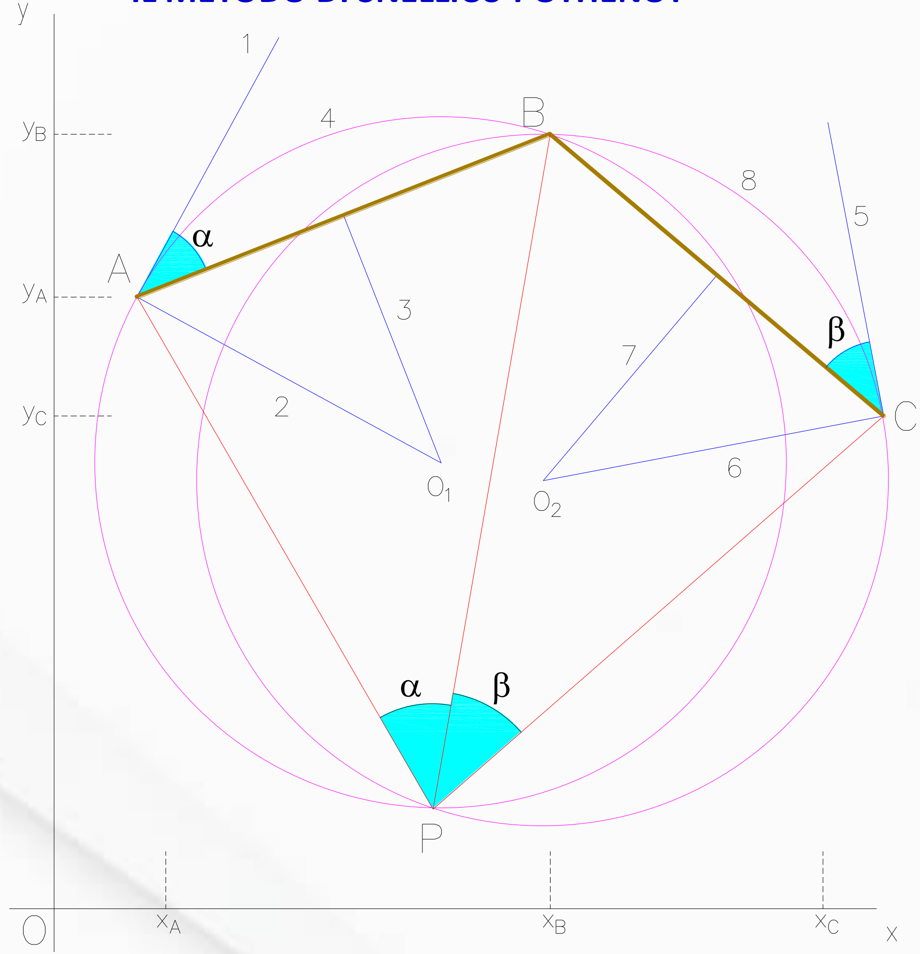
$$AP = \frac{AB \cdot sen\ \gamma_1}{sen\ \alpha}$$



$$\begin{cases} x_P = x_A + AP \cdot sen\ (AP) \\ y_P = y_A + AP \cdot cos\ (AP) \end{cases}$$

Nota:
Per controllo le coordinate del punto P si possono calcolare anche partendo da C e calcolando da distanza CP e l'azimut (CP)

IL METODO DI SNELLIUS-POTHENOT



Costruzione grafica

1. Si prende nel punto A, a partire dal lato AB, l'angolo α, dalla parte opposta a dove si trova P tracciando una semiretta
2. In A si traccia la perpendicolare a questa retta dalla parte del punto P
3. Si prende il punto medio di AB e si traccia la perpendicolare ad AB dalla parte del punto P

   Chiamiamo O_1 il punto di incontro delle semirette [2] e [3]
4. Si traccia un cerchio di centro O_1 e passante per A (o per B)
5. Si prende nel punto C, a partire dal lato BC, l'angolo β, dalla parte opposta a dove si trova P tracciando una semiretta
6. In C si traccia la perpendicolare a questa retta dalla parte del punto P
7. Si prende il punto medio di BC e si traccia la perpendicolare a BC dalla parte del punto P

   Chiamiamo O_2 il punto di incontro delle semirette [6] e [7]
8. Si traccia un cerchio di centro O_2 e passante per B (o per C)

Il punto di incontro dei due cerchi è il punto P

Nota:

Questo metodo risulta essere indeterminato quando il quadrilatero ABCP è inscritto in un quadrilatero, e ciò accade quando $\alpha + \beta + \gamma = 200^c$